

CHUYÊN ĐỀ: TÌM ĐIỂM THUỘC MẶT PHẪNG THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN MIN, MAX CHO TRƯỚC

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

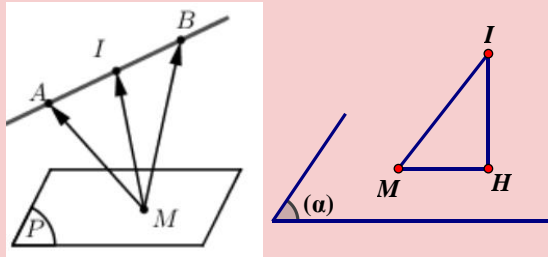
Dạng 1: Điểm thuộc mặt phẳng thỏa mãn hệ thức về vectơ

Phương pháp: Cho các điểm $A_i (i = \overline{1, n})$ và mặt phẳng (α) . Tìm $M \in (\alpha)$ thỏa $\left| \sum k_i \overline{MA}_i \right|_{\min}$

Bước 1: Xét $I : \sum k_i \overline{IA}_i = \vec{0} \Rightarrow I(x)$

Bước 2: $\left| \sum k_i \overline{MA}_i \right|_{\min} \Leftrightarrow \left| \sum k_i \overline{MI} \right|_{\min}$

Bước 2: Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (α) .



Câu 1. Cho $A(2; 1; -1); B(0; 3; 1); C(4; 2; 6); (P): x + y - z + 3 = 0$. Tìm $M \in (P)$ để $\left| \overline{MA} + \overline{MB} \right|_{\min}$

- A. $M(1; 0; 2)$. B. $M(-1; 0; 2)$. C. $M(-1; 0; -2)$. D. $M(-1; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn B

❖ **Tâm tử cực:** I thỏa mãn $\overline{IA} + \overline{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow I$ là trung điểm đoạn thẳng $AB \Rightarrow I(1; 2; 0)$.

❖ **Biến đổi:** $T = \left| \overline{MA} + \overline{MB} \right| = \left| \overline{MI} + \overline{IA} + \overline{MI} + \overline{IB} \right| = \left| 2 \cdot \overline{MI} \right| = 2 \cdot MI$.

❖ $T_{\min} \Leftrightarrow MI_{\min} \Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P) .

• Gọi d là đường thẳng qua I và $d \perp (P) \Rightarrow d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 0 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

• $M \in d \Rightarrow M(1+t; 2+t; -t)$.

• $M \in (P): x + y - z + 3 = 0 \Leftrightarrow (1+t) + (2+t) - (-t) + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow M(-1; 0; 2)$.

Có thể tìm điểm M bằng phương pháp giả sử như sau:

* Giả sử $M(a; b; c)$

+ $M \in (P) \Rightarrow a + b - c + 3 = 0$ (1)

+ $\begin{cases} \overline{IM} = (a-1; b-2; c) \\ \overline{n}_P = (1; 1; -1) \end{cases}$. Do $\overline{IM} \parallel \overline{n}_P \Rightarrow \frac{a-1}{1} = \frac{b-2}{1} = \frac{c}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 = b-2 & (2) \\ -a+1 = c & (3) \end{cases}$

* Giải hệ (1); (2); (3) $\Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 0; 2)$

Câu 2. (THPT Phan Chu Trinh - Đaklak - L2 - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -3; 7)$, $B(0; 4; -3)$ và $C(4; 2; 5)$. Biết điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ nằm trên mp(Oxy) sao cho $\left| \overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} \right|$ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó tổng $P = x_0 + y_0 + z_0$ bằng

A. $P = 0$.

B. $P = 6$.

C. $P = 3$.

D. $P = -3$.

Lời giải

Chọn C

❖ **Tâm tử cực:** G thỏa mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow G$ là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow G(2;1;3)$.

❖ **Biến đổi:** $T = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |3\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = |3\overrightarrow{MG}| = 3.MG$.

❖ $T_{\min} \Leftrightarrow MG_{\min} \Leftrightarrow M$ là hình chiếu của G lên mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow M = (2;1;0)$

Vậy $P = x_0 + y_0 + z_0 = 2 + 1 + 0 = 3$.

Câu 3. Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 3z - 6 = 0$ và ba điểm $A(0; -1; 1), B(1; -2; 0)$. Biết điểm M thuộc mặt phẳng (α) sao cho $P = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất P_{\min} . Khi đó, P_{\min} có giá trị bằng bao nhiêu?

A. $P_{\min} = \sqrt{14}$.

B. $P_{\min} = 3$.

C. $P_{\min} = \sqrt{21}$.

D. $P_{\min} = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

❖ **Tâm tử cực:** $2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{2x_A - 2x_B}{2-1} = -1 \\ y_I = \frac{2y_A - 2y_B}{2-1} = 0 \\ z_I = \frac{2z_A - 2z_B}{2-1} = 2 \end{cases} \Rightarrow I(-1; 0; 2)$

❖ **Biến đổi:** $T = |2\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} - 6\overrightarrow{MC}| = |2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) + 5(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) - 6(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})|$
 $= |\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{IA} + 5\overrightarrow{IB} - 6\overrightarrow{IC}| = |\overrightarrow{MI}| = MI$

❖ $T_{\min} \Leftrightarrow MI_{\min} \Leftrightarrow M$ là hình chiếu của $I(-1; 0; 2)$ lên mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 3z - 6 = 0$.

• Gọi d là đường thẳng qua $I(-1; 0; 2)$ và $d \perp (\alpha) \Rightarrow d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$

• $M \in d \Rightarrow M(-1 + 2t; t; 2 - 3t)$.

• $M \in (\alpha) \Rightarrow 2(-1 + 2t) + t - 3(2 - 3t) - 6 = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow M(1; 1; -1)$

• $M(1; 1; -1) \Rightarrow 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = (-2; -1; 3) \Rightarrow P_{\min} = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2} = \sqrt{14}$

Chú ý: Khi gặp lớp câu hỏi “Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \sum |k_i \overrightarrow{MA}_i|$ với M là một điểm thuộc mặt phẳng cho trước”. Thì ta luôn có kết quả $P_{\min} = \sum |k_i| \cdot MI$ với $\sum k_i \overrightarrow{IA}_i = \vec{0}$. Do đó ở bài toán trên ta có thể suy ra $P_{\min} = MI$ do $\sum |k_i| = 2 + (-1) = 1$.

Dạng 02: Điểm thuộc mặt phẳng thỏa điều kiện bình phương độ dài

Phương pháp: Cho các điểm A, B, C và mặt phẳng (α) . Tìm $M \in (\alpha)$ thỏa

$$T = aMA^2 + bMB^2 + cMC^2_{\min, \max}$$

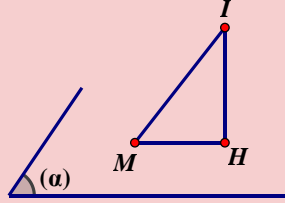
Bước 1: Xét $I: a\overrightarrow{IA} + b\overrightarrow{IB} + c\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow I(x)$

Bước 2: (bước này có thể bỏ qua khi làm trắc nghiệm)

$$\text{Biến đổi: } T = aMA^2 + bMB^2 + cMC^2 = a(\overline{MI} + \overline{IA})^2 + b(\overline{MI} + \overline{IB})^2 + c(\overline{MI} + \overline{IC})^2$$

$$= (a+b+c)MI^2 + 2\overline{MI} \left(\underbrace{a\overline{IA} + b\overline{IB} + c\overline{IC}}_{\vec{0}} \right) = (a+b+c)MI^2$$

Bước 3: $\sum k_i MA_i^2_{\min, \max} \Leftrightarrow (a+b+c)MI^2_{\min, \max} \Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (α) .



Câu 4. Cho hai điểm $A(-2;3;1)$, $B(5;-6;-2)$. Điểm $M(a;b;c)$ trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$ bằng

- A. 1. B. 0. C. $-\frac{1}{2}$. D. -1.

Lời giải

Chọn B

Xét điểm I thỏa mãn: $\overline{IA} + \overline{IB} = \vec{0}$. Suy ra I là trung điểm đoạn AB , suy ra $I(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$.

Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì M là hình chiếu vuông góc của I trên $(Oxy) \Rightarrow M(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; 0) \Rightarrow a+b+c=0$

Câu 5. Cho $A(1;4;5)$, $B(0;3;1)$, $C(2;-1;0)$, $(P):3x-3y-2z-15=0$. Tìm $M \in (P)$ để $(MA^2 + MB^2 + MC^2)_{\min}$.

- A. $M(4;-1;0)$. B. $M(6;1;0)$. C. $M(4;1;0)$. D. $M(5;0;0)$.

Lời giải

Chọn A

Xét điểm I thỏa mãn: $\overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} = \vec{0} \Rightarrow 1;2;2$

Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì M là hình chiếu vuông góc của I trên (P)

Gọi $M(a;b;c)$

+) $M \in (P) \Rightarrow 3a - 3b - 2c - 15 = 0$ (4)

+) $\begin{cases} \overline{IM} = (a-1; b-2; c-2) \\ \overline{n}_P = (3; -3; -2) \end{cases}; \overline{GM} \parallel \overline{n}_P \Leftrightarrow \frac{a-1}{3} = \frac{b-2}{-2} = \frac{c-2}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} -3a+3=3b-6 & (5) \\ -2a+2=3c-6 & (6) \end{cases}$

+) Giải hệ (4), (5), (6) $\Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=-1 \Rightarrow M(4;-1;0) \\ c=0 \end{cases}$

- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;0)$, $B(1;-1;3)$, $C(1;-1;-1)$, $D\left(\frac{45}{11}; -\frac{45}{11}; \frac{30}{11}\right)$. Biết điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $OM = DM$ sao cho $T = MB^2 - MC^2 - 2MA^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tổng $2a + 3b + c$ bằng
- A. 10. B. 11. C. 5. D. 15.

Lời giải

Chọn C

$OM = DM$ nên M thuộc mặt phẳng trung trực của OD .

Phương trình mặt phẳng trung trực của OD là $3x - 3y + 2z - 15 = 0$ (P).

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} - 2\overrightarrow{IA} = \vec{0} \Rightarrow I(1; 2; -2)$.

$$T = MB^2 - MC^2 - 2MA^2 = (\overline{MI} + \overline{IB})^2 - (\overline{MI} + \overline{IC})^2 - 2(\overline{MI} + \overline{IA})^2 = -2MI^2 + IB^2 - IC^2 - 2IA^2$$

vì $IB^2 - IC^2 - 2IA^2$ không đổi nên biểu thức T đạt giá trị lớn nhất khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên (P).

Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P) $\Rightarrow M = \Delta \cap (P)$.

$$\text{Phương trình đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 3t \\ z = -2 + 2t \end{cases}.$$

$$\text{Tọa độ điểm } M \text{ thỏa mãn hệ phương trình } \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 3t \\ z = -2 + 2t \\ 3x - 3y + 2z - 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = 4 \\ y = -1 \\ z = 0 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow M(4; -1; 0) \Rightarrow 2a + 3b + c = 5$$

Dạng 03: Điểm thuộc MP thỏa ĐK 3 “tổng-hiệu”

Phương pháp: Cho các điểm A_1, A_2 và mặt phẳng (α). Tìm tọa $M \in (\alpha)$ sao cho $(MA_1 + MA_2)_{\min}$

•Đặt (α): $f(x, y, z) = ax + by + cz + d = 0$.

•**Bước 1:** kiểm tra tính cùng phía khác phía của A_1, A_2 với mp (α).

♦ $f(A_1)f(A_2) > 0$: cùng phía

♦ $f(A_1)f(A_2) < 0$: khác phía

•**Bước 2:**

TH1: Nếu khác phía $MA_1 + MA_2 \geq A_1A_2 \Rightarrow (MA_1 + MA_2)_{\min} = A_1A_2 \Rightarrow M = A_1A_2 \cap (P)$

TH2: Nếu cùng phía tìm A_1' đối xứng A_1 qua (α) \rightarrow TH1

- Câu 7.** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;1;1), B(-1;-1;3)$. và mặt phẳng (P): $x + 2y + z - 2 = 0$. Tọa độ điểm $M \in (P)$ sao cho $(MA + MB)_{\min}$ là
- A. $M(0;0;2)$. B. $M(1;0;1)$. C. $M(1;2;-3)$. D. $M(-1;2;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Bước 1: Kiểm tra tính cùng phía

• $T_A = 1 + 2 + 1 - 2 = 2$ và $T_B = -1 - 2 + 3 - 2 = -2 \Rightarrow T_A \cdot T_B < 0 \Rightarrow A, B$ nằm khác phía mp(P)

Bước 1:

• $MA + MB \geq AB \Rightarrow (MA + MB)_{\min} = AB \Rightarrow M = AB \cap (P)$

• Đường thẳng AB đi qua $A(1;1;1)$ nhận $\overline{AB}(-2;-2;2)$ là một VTCP có phương trình:
$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

• Khi đó tọa độ của điểm M là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + 2t \\ x + 2y + z - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow M(0;0;2).$$

Câu 8. Cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - 3z - 5 = 0$ và ba điểm $A(1;-1;2), B(-5;-1;0)$. Biết $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (α) sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, tính giá trị biểu thức $T = a + 2b + 3c$ bằng bao nhiêu?

A. $T = -3$.

B. $T = -7$.

C. $T = -9$.

D. $T = 5$.

Lời giải

Chọn B

Bước 1: Kiểm tra tính cùng phía

Xét $f(x, y, z) = x + y - 3z - 5$

Với $A(1;-1;2), B(-5;-1;0) \Rightarrow f(1, -1, 2) \cdot f(-5, -1, 0) = 11 \cdot (-11) = -121 < 0$

Suy ra A, B nằm cùng phía so với mặt phẳng (α) .

Bước 2:

• Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (α) .

Cách 1: Gọi $AA' \cap (\alpha) = \{H\}$. Khi đó $\vec{u}_{AA'} = \vec{u}_{(\alpha)} = (1;1;-3)$,

Suy ra phương trình: $AA': \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases} \Rightarrow H(1+t; -1+t; 2-3t)$

Do $1+t-1+t-3(2-3t)-5=0 \Rightarrow t=1 \Rightarrow H(2;0;-1) \Rightarrow A'(3;1;-4)$

(do H là trung điểm của AA')

Cách 2: (Sử dụng công thức giải nhanh)

Bài toán: Cho điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$. Gọi $M'(x; y; z)$ là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (α) . Khi đó ta có công thức tính nhanh:

$$M': \begin{cases} x = x_0 - 2k.a \\ y = y_0 - 2k.b \\ z = z_0 - 2k.c \end{cases} \left(k = \frac{ax_0 + by_0 + cz_0 + d}{a^2 + b^2 + c^2} \right)$$

• Bước 1: $k = \frac{ax_0 + by_0 + cz_0 + d}{a^2 + b^2 + c^2}$ (khoảng cách bỏ dấu)

• Bước 2: $A - 2k.B \xrightarrow{A=M, B=M(P)} \text{CALC} \rightarrow M'$

Tính $T = \frac{1-1-3 \cdot 2-5}{1^2+1^2+(-3)^2} = -1 \Rightarrow \begin{cases} x_{M'} = x_0 - 2aT = 1 - 2 \cdot 1 \cdot (-1) = 3 \\ y_{M'} = y_0 - 2bT = -1 - 2 \cdot 1 \cdot (-1) = 1 \\ z_{M'} = z_0 - 2cT = 2 - 2 \cdot (-3) \cdot (-1) = -4 \end{cases} \Rightarrow A'(3;1;-4)$

• Ta có $MA + MB = MA' + MB \geq A'B = 2\sqrt{21} \Rightarrow (MA + MB)_{\min} = 2\sqrt{21}$

Dấu "=" xảy ra khi $A'B \cap (\alpha) = \{M\}$. Ta có phương trình

$$A'B: \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 1 + t \\ z = -4 - 2t \end{cases} \Rightarrow H(3 + 4t; 1 + t; -4 - 2t)$$

$$\text{Do } H \in (\alpha) \Rightarrow 3 + 4t + 1 + t - 3(-4 - 2t) - 5 = 0 \Leftrightarrow t = -1$$

$$\Rightarrow M(-1; 0; -2) \equiv M(a; b; c)$$

$$\Rightarrow T = -1 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot (-2) = -7$$

Câu 9. Cho $A(1; 1; 0), B(3; -1; 4)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y + z + 1 = 0$. Tìm tọa độ điểm $M \in (\alpha)$ sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $M\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

B. $M(0; 2; 1)$.

C. $M(1; 3; -1)$.

D. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Bước 1: Kiểm tra tính cùng phía

Xét $f(x, y, z) = x - y + z + 1$

Với $A(1; 1; 0), B(3; -1; 4) \Rightarrow f(1, 1, 0) \cdot f(3, -1, 4) = 1 \cdot 9 = 9 > 0$

Suy ra A, B cùng phía so với mặt phẳng (α)

Bước 2: $|MA - MB| \leq AB = 2\sqrt{6} \Rightarrow |MA - MB|_{\max} = AB$

Dấu "=" xảy ra khi $AB \cap (\alpha) = \{M\}$

$$AB: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \Rightarrow M(1 + t; 1 - t; 2t) \xrightarrow{M \in (\alpha)} 1 + t - (1 - t) + 2t + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = -\frac{1}{4} \Rightarrow M\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}; -\frac{1}{2}\right)$$

Vậy $|MA - MB|_{\max} = 2\sqrt{6}$ khi $M\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}; -\frac{1}{2}\right)$

Câu 10. Cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -3; 0), B(5; -1; -2)$. Điểm $M(a; b; c)$ nằm trên (P) và $|MA - MB|$ lớn nhất. Giá trị abc bằng

A. 1.

B. 12.

C. 24.

D. -24.

Lời giải

Chọn C

Bước 1: Kiểm tra tính cùng phía

Ta có: $x_A + y_A + z_A - 1 < 0$ và $x_B + y_B + z_B - 1 > 0$ nên A, B nằm khác phía đối với mặt phẳng (P) .

Bước 2:

• Gọi A' là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (P) , khi đó ta có:

• Phương trình đường thẳng AA' đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) là:

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=-3+t \\ z=t \end{cases}.$$

- Gọi H là giao điểm của AA' và (P) , ta có: $(1+t)+(-3+t)+t-1=0 \Leftrightarrow t=1$.
- Vậy $H(2;-2;1)$. Mà H là trung điểm của AA' nên suy ra $A'(3;-1;2)$.
- $|MA-MB|=|MA'-MB| \leq A'B$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi M là giao điểm của $A'B$ và mặt phẳng (P) .

- Phương trình đường thẳng $A'B$ là:
$$\begin{cases} x=3+t' \\ y=-1 \\ z=2-2t' \end{cases}.$$

- Vì $M = A'B \cap (P)$ nên: $(3+t')+(-1)+(2-2t')-1=0 \Leftrightarrow -t'+3=0 \Leftrightarrow t'=3$.
- Vậy $M(6;-1;-4)$ do đó $abc = 6 \cdot (-1) \cdot (-4) = 24$.

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

- Câu 1.** Cho mặt phẳng $(P): x + y + z + 3 = 0$ và hai điểm $M_1(3;1;1)$, $M_2(7;3;9)$. Điểm $M(a;b;c) \in (P)$ sao cho $|\overline{MM_1} + \overline{MM_2}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a + 2b + 3c$ bằng
- A.** -5. **B.** 6. **C.** -6. **D.** -3.
- Câu 2.** Cho $A(2;1;-1); B(0;3;1); C(4;2;6); (P): x + y - z + 3 = 0$. Tìm $M \in (P)$ để $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}|_{\min}$
- A.** $M\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{11}{3}\right)$. **B.** $M\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{11}{3}\right)$. **C.** $M\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{11}{3}\right)$. **D.** $M\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
- Câu 3.** Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 3z + 1 = 0$ và ba điểm $A(1;1;-1), B(-3;1;0), C(-2;1;-1)$. Tìm tọa độ điểm $M \in (\alpha)$ sao cho $|2\overline{MA} + 5\overline{MB} - 6\overline{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- A.** $M(1;0;1)$. **B.** $M(-1;2;-1)$. **C.** $M(0;1;0)$. **D.** $M(2;-1;2)$.
- Câu 4.** Cho hai điểm $A(1;2;2), B(5;4;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 6 = 0$. Nếu M thay đổi thuộc (P) thì giá trị nhỏ nhất của $MA^2 + MB^2$ là
- A.** 60. **B.** 50. **C.** $\frac{200}{3}$. **D.** $\frac{2968}{25}$.
- Câu 5.** Cho các điểm $A(1;2;0), B(0;1;5), C(2;0;1)$. Gọi $M \in (P): x + 2y - z - 7 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2$ bằng
- A.** 30. **B.** 29. **C.** 36. **D.** 24.
- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;0), B(1;-1;3), C(1;-1;-1), D\left(\frac{45}{11}; -\frac{45}{11}; \frac{30}{11}\right)$. Biết điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $OM = DM$ sao cho $T = MB^2 - MC^2 - 2MA^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tổng $2a + 3b + c$ bằng
- A.** 11. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 10.
- Câu 7.** Cho mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 1 = 0$ và ba điểm $A(0;-1;1), B(1;1;-2)$. Biết $M \in (\alpha)$ sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, hoành độ x_M của điểm M là
- A.** $x_M = -1$. **B.** $x_M = -2$. **C.** $x_M = \frac{2}{7}$. **D.** $x_M = \frac{1}{3}$.

Câu 8. Cho mặt phẳng $(\alpha): x - y + z + 1 = 0$ và ba điểm $A(1;1;0), B(3;-1;4)$. Biết M là điểm thuộc mặt phẳng (α) sao cho $P = MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, tính giá trị P .

A. $P = 6$.

B. $P = 7$.

C. $P = 8$.

D. $P = 5$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(0;1;3), N(10;6;0)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 10 = 0$. Điểm $I(-10;a;b)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $|IM - IN|$ lớn nhất. Khi đó tổng $T = a + b$ bằng

A. $T = 6$.

B. $T = 5$.

C. $T = 1$.

D. $T = 2$.

Câu 10. Cho điểm $A(3;1;0), B(-9;4;9)$ và mặt $(P): 2x - y + z + 1 = 0$. Gọi $I(a;b;c) \in (P)$ sao cho $|IA - IB|$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó tổng $a + b + c$ bằng

A. -13 .

B. -4 .

C. 22 .

D. 13 .

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2B	3A	4A	5C	6B	7C	8A	9D	10B
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	------------