TRƯỜNG THPT ĐOÀN KẾT
TỔ TOÁN
-------ꕥ⊠ꕥ-------

ĐỀ THI *"giải báo toán" lớp 11 năm học 2013 – 2014*
Ngày thi: 16/11/2013
Thời gian làm bài: 90 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. *(20 điểm)* Giải phương trình $\cos 3x - \sqrt{3}\sin 3x + \cos x - \sqrt{3}\sin x = 2\sin 2x\,(1 + 2\cos 2x)$

Câu 2. *(30 điểm)* Một lớp học có 15 học sinh nam và 20 học sinh nữ, trong đó có một em tên Thành, một em tên Lan và một em tên Minh.

a) Chọn ngẫu nhiên 7 em từ lớp học trên và xếp vào dãy ghế dài có 7 chỗ ngồi. Tính xác suất của biến cố: "Thành, Lan, Minh được chọn và ngồi cạnh nhau".

b) Chọn ngẫu nhiên 10 em từ lớp học trên. Tính xác suất để trong 10 em được chọn có ít nhất 2 nam và 2 nữ.

Câu 3. *(10 điểm)* Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai elíp (E_1), (E_2) lần lượt có phương trình $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$, $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. Chứng minh rằng có một phép vị tự biến (E_1) thành (E_2).

Câu 4. *(20 điểm)* Giải phương trình $8\sqrt{8 - 2x} + 7x + 44 = 4(x^2 + \sqrt[3]{9x - 28})$

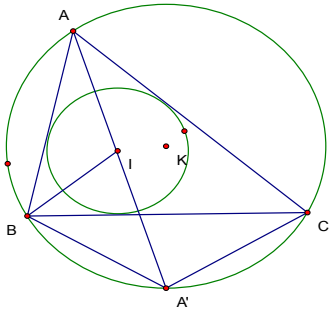
Câu 5. *(20 điểm)* Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(-1;-1)$ và đường tròn (C) có phương trình $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 25$. Gọi B, C là hai điểm phân biệt thuộc (C), (B, C khác A). Viết phương trình đường thẳng BC, biết I(1; 1) là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

----------HẾT ----------

***Ghi chú:** * Đề thi này có 05 câu - * Thí sinh không được sử dụng tài liệu*

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM THI GIẢI TOÁN LỚP 11 NĂM HỌC 2013 – 2014

Câu	Đáp án	Điểm
1 20đ	(1) $\Leftrightarrow \cos 3x+\cos x-\sqrt{3}(\sin 3x+\sin x)=2(\sin 2x+\sin 4x)$	**2**
	$\Leftrightarrow 2\cos 2x.\cos x-2\sqrt{3}\sin 2x.\cos x=4\sin 3x\cos x$	**3**
	$\Leftrightarrow 2\cos x(\cos 2x-\sqrt{3}\sin 2x-2\sin 3x)=0$	**3**
	$\Leftrightarrow \cos x=0$ hoặc $\cos 2x-\sqrt{3}\sin 2x=2\sin 3x$	**3**
	* $\cos x=0\Leftrightarrow x=k2\pi, k\in Z$	**3**
	* $\cos 2x-\sqrt{3}\sin 2x=2\sin 3x\Leftrightarrow \sin(\frac{\pi}{6}-2x)=\sin 3x$	**3**
	$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{30}-k\frac{2\pi}{5}$ hoặc $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$, $k\in Z$	**3**
	Vậy pt đã cho có 3 họ nghiệm….	
2 30đ	**a)** Mỗi cách chọn 7 em trong 35 em và xếp vào dãy ghế ngồi có 7 chỗ ngồi là một chỉnh hợp chập 7 của 35 phần tử.	**3**
	Do đó, số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=A_{35}^7$	
	Gọi A là biến cố "Thành, Lan, Minh được chọn và ngồi cạnh nhau"	**3**
	Để có biến cố A, cần thực hiện 3 công đoạn:	
	*CĐ1: Chọn Thành, Lan, Minh và ghép 3 em này thành một "khối" (có kể thứ tự). Mỗi cách làm như vậy là một hoán vị của 3 phần tử.	
	Suy ra CĐ1 có: 3! cách	
	*CĐ2: Xếp "khối" 3 em trên vào ghế. CĐ này có 5 cách (1-2-3, 2-3-4, 3-4-5, 4-5-6, 5-6-7)	**3**
	*CĐ3: Chọn 4 em trong 31 em còn lại và xếp vào 4 chỗ ngồi còn lại. Mỗi cách làm như vậy là một chỉnh hợp chập 4 của 31 phần tử.	**3**
	Suy ra CĐ3 có: A_{31}^4 cách	
	Do đó, số phần tử của biến cố A là $n(A)=3!.5.A_{31}^4$	**3**
	Vậy $P(A)=\frac{3!.5.A_{31}^4}{A_{35}^7}=\frac{1}{1496}$	
	b) Gọi B là biến cố: "trong 10 em được chọn có ít nhất 2 nam và 2 nữ"	**3**
	Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{35}^{10}=183579396$	**3**
	Số phần tử của biến cố đối $\overline{B}$ là $n(\overline{B})=C_{15}^{10}+C_{20}^{10}+C_{15}^{1}.C_{20}^{9}+C_{15}^{9}.C_{20}^{1}=2807259$	**3**
	Số phần tử của biến cố B là $n(B)=183579396-2807259=180772137$	**3**
	Vậy $P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=....$	**3**
3 10đ	Ta chứng minh : $V_{(O,2)}(E_1)=(E_2)$	**2**
	Thật vậy, với điểm $M(x;y)$ tùy ý thuộc (E_1). Ta gọi $M'(x_0;y_0)=V_{(O,2)}(M)$	**2**
	Khi đó, $\overrightarrow{OM'}=2\overrightarrow{OM}$	**2**
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0=2x \\ y_0=2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{x_0}{2} \\ y=\frac{y_0}{2} \end{cases} \Rightarrow M(\frac{x_0}{2};\frac{y_0}{2})$	
	Mà $M\in(E_1)\Rightarrow \frac{(\frac{x_0}{2})^2}{4}+\frac{(\frac{y_0}{2})^2}{1}=1\Rightarrow \frac{x_0^2}{16}+\frac{y_0^2}{4}=1\Rightarrow M'(x_0;y_0)\in(E_2)$	**2**
	Vậy phép vị tự tâm O, tỷ số k=2 biến (E_1) thành (E_2).	**2**
4	ĐKXĐ: $x\le 4$ (*)	**1**

20đ	Với đk (*), ta có (1) $\Leftrightarrow 8(\sqrt{8-2x}-4)-4(\sqrt[3]{9x-28}+4)=4x^2-7x-92$	**3**
	$\Leftrightarrow -\dfrac{16(x+4)}{\sqrt{8-2x}+4}-\dfrac{36(x+4)}{(\sqrt[3]{9x-28})^2-4\sqrt[3]{9x-28}+16}=(x+4)(4x-23)$ **Câu 4 (tiếp theo)**	**3**
	$\Leftrightarrow x=-4$ (thỏa đk) hoặc $\dfrac{16}{\sqrt{8-2x}+4}+\dfrac{36}{(\sqrt[3]{9x-28}-2)^2+12}+4x-23=0$ (2)	**6**
	Nhận thấy, $x=4$ thỏa pt (2).	**3**
	Với $x<4$ ta có $\dfrac{16}{\sqrt{8-2x}+4}+\dfrac{36}{(\sqrt[3]{9x-28}-2)^2+12}+4x-23<\dfrac{16}{4}+\dfrac{36}{12}+4.4-23=0$ Suy ra $x\in(-\infty;4)$ không thỏa (2)	**3**
	Vậy pt đã cho có tập nghiệm $S=\{-4;4\}$	**1**
5 **20đ**		
	Đường tròn (C) có tâm $K(3;2)$, bán kính $r=5$ AI: $x-y=0$ Gọi A' là gđ của AI và (C). Tọa độ của A' là $(x;y)$ thỏa $\begin{cases}(x-3)^2+(y-2)^2=25\\ x=y\end{cases}\Rightarrow x=y=6$ hoặc $x=y=-1$ (loại) $\Rightarrow A'(6;6)$	**4**
	$A'B=A'C$ (2 dây tương ứng 2 cung bằng nhau) (*) Góc $A'BC$ = góc BAI (cùng bằng góc IAC) (1) Góc ABI = góc IBC (2) (1), (2) $\Rightarrow \hat{BIA'}=\hat{ABI}+\hat{BAI}=\hat{IBC}+\hat{A'BC}=\hat{IBA'}$ Suy ra tam giác $BA'I$ cân tại A' Do đó, $A'B=A'I$ (**) (*), (**) $\Rightarrow A'B=A'C=A'I$	**4**
	Do đó, B,I,C thuộc đ.tròn tâm A', bk $A'I$ có pt: $(x-6)^2+(y-6)^2=50$	**4**
	Suy ra tọa độ của B,C thỏa hệ: $\begin{cases}(x-3)^2+(y-2)^2=25\\ (x-6)^2+(y-6)^2=50\end{cases}$ $\Rightarrow B(7;-1),C(-1;5)$ (hoặc ngược lại)	**4**
	Nhận thấy, I nằm bên trong tam giác ABC (phù hợp) Pt của BC: $3x+4y-17=0$	**4**

Chú ý: Thí sinh có cách giải khác đúng vẫn cho điểm từng phần tương ứng.